
МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОВЕТ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ, МЕТРОЛОГИИ И СЕРТИФИКАЦИИ
(МГС)

INTERSTATE COUNCIL FOR STANDARDIZATION, METROLOGY AND CERTIFICATION
(ISC)

МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТАНДАРТ

ГОСТ
32298—
2013
(EN
12603:2002)

СТЕКЛО И ИЗДЕЛИЯ ИЗ НЕГО

Порядок определения критерия согласия и доверительных интервалов по распределению Вейбулла для значений прочности стекла

(EN 12603:2002, MOD)

Издание официальное



Москва
Стандартинформ
2015

Предисловие

Цели, основные принципы и основной порядок проведения работ по межгосударственной стандартизации установлены ГОСТ 1.0–92 «Межгосударственная система стандартизации. Основные положения» и ГОСТ 1.2–2009 «Межгосударственная система стандартизации. Стандарты межгосударственные, правила и рекомендации по межгосударственной стандартизации. Порядок разработки, принятия, применения, обновления и отмены»

Сведения о стандарте

1 ПОДГОТОВЛЕН Открытым акционерным обществом «Институт стекла» на основе собственного аутентичного перевода на русский язык стандарта, указанного в пункте 5

2 ВНЕСЕН Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии

3 ПРИНЯТ Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол от 28 августа 2013 г. № 58-П)

За принятие проголосовали:

| Краткое наименование страны по МК (ИСО 3166) 004–97 | Код страны по МК (ИСО 3166) 004–97 | Сокращенное наименование национального органа по стандартизации |
|---|------------------------------------|---|
| Армения | AM | Минэкономики Республики Армения |
| Беларусь | BY | Госстандарт Республики Беларусь |
| Киргизия | KG | Кыргызстандарт |
| Молдова | MD | Молдова-Стандарт |
| Россия | RU | Росстандарт |
| Таджикистан | TJ | Таджикстандарт |
| Узбекистан | UZ | Узстандарт |

4 Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 08 ноября 2013 № 1508-ст межгосударственный стандарт ГОСТ 32298–2013 введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 января 2015 г.

5 Настоящий стандарт модифицирован по отношению к европейскому стандарту EN 12603:2002 Glass in building – Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data (Стекло в строительстве. Порядок определения критерия согласия и доверительных интервалов по распределению Вейбулла для значений прочности стекла) путем изменения и дополнения отдельных фраз, слов, которые выделены полужирным курсивом, а также изменения разделов «Область применения» и «Нормативные ссылки».

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования европейского стандарта в связи с особенностями построения межгосударственной системы стандартизации.

Европейский стандарт разработан Европейским комитетом по стандартизации (CEN) ТК 129 «Стекло в строительстве».

Европейский стандарт, на основе которого подготовлен настоящий стандарт, реализует существенные требования безопасности Директивы ЕС (89/106/ЕЕС) по строительным материалам.

Перевод с английского языка (en).

Степень соответствия – модифицированная (MOD).

6 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодном информационном указателе «Национальные стандарты», а текст изменений и поправок – в ежемесячном информационном указателе «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ежемесячном информационном указателе «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования – на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет

© Стандартинформ, 2015

В Российской Федерации настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

III

Стекло и изделия из него

Порядок определения критерия согласия
и доверительных интервалов по распределению Вейбулла
для значений прочности стекла

Glass and glass products. Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data

Дата введения – 2015–01–01

1 Область применения

Настоящий стандарт устанавливает методику оценки данных выборки посредством двухпараметрической функции распределения Вейбулла.

Настоящий стандарт основывается на предположении, что статистическое распределение величины, принимаемое в рассмотрение, может быть представлено единственной функцией распределения Вейбулла, даже если в некоторых случаях (например, измерение срока службы) часто наблюдается смешанное распределение. По этой причине пользователю стандарта необходимо проверить тест на критерий согласия: могут ли данные измерений по выборке быть представлены с помощью единственной функции Вейбулла. Только в этом случае может быть принята гипотеза и применен метод, описанный в данном стандарте.

Пользователь принимает решение по этому вопросу, также рассматривая все предыдущие значимые данные и общий уровень знаний в конкретной области. Каждая экстраполяция в диапазонах квантилей, не согласованная с измеренными значениями, требует особой тщательности, настолько большей, насколько дальнейшая экстраполяция превышает диапазон измерений.

Примечание – Трехпараметрическую функцию Вейбулла определяют по формуле:

$$G(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{\theta} \right)^\beta \right]. \quad (1)$$

Если предположить $x_0 = 0$, получится двухпараметрическая функция Вейбулла:

$$G(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\theta} \right)^\beta \right], \quad (2)$$

которая может быть переписана в виде

$$x = \theta \left[\ln \left(\frac{1}{1 - G(x)} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}}. \quad (3)$$

Расчеты могут основываться на любой нецензурированной или цензурированной выборках. Существует несколько способов цензурирования. В настоящем стандарте рассматривается только следующий способ цензурирования:

- данное число $r < n$ образцов, для которых были измерены значения величины X_j .

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы нормативные ссылки на [1] и [2].

Примечание — При использовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных стандартов по указателю «Национальные стандарты», составленному по состоянию на 1 января текущего года, и по соответствующим информационным указателям, опубликованным в текущем году. Если ссылочный стандарт заменен (изменен), то при использовании настоящим стандартом, следует руководствоваться заменяющим (измененным) стандартом. Если ссылочный стандарт отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, применяется в части, не затрагивающей эту ссылку.

3 Термины и определения

В настоящем стандарте применяются термины и определения, установленные в [1].

4 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:

X – рассматриваемая величина;

x, x_1, x_r – значения величины X ;

$G(x)$ – функция распределения X = процент неблагоприятного исхода;

x_0, β, θ – параметры трехпараметрической функции Вейбулла;

$\hat{}$ – опознавательный знак, указывающий на оценку параметра (например, $\hat{\beta}, \hat{\theta}, \hat{G}$);

$1 - \alpha$ – уровень доверия;

l_i – значение, используемое в критерии согласия;

L – значение, используемое в критерии согласия;

n – объем выборки;

r – количество образцов, значения величин X_i которых были измерены;

Примечание – Выборка упорядочена, т. е. $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_r, r \leq n$;

f, f_1, f_2 – степень свободы;

$k_n, k_{r;n}$ – множители, используемые в оценивании $\hat{\beta}$;

$c_{r;n}$ – множитель, используемый в оценивании $\hat{\theta}$;

$s = \text{int}(0,84n)$ – наибольшему целому числу $< 0,84n$;

η, ξ – ордината и абсцисса на диаграмме Вейбулла;

χ^2 – функция распределения хи-квадрат;

u, v, γ – вспомогательные коэффициенты, используемые в оценивании границ доверительного интервала $G(x)$;

A, B, C – константы, используемые при оценивании v ;

$H(f_2)$ – переменная, используемая при оценивании γ ;

$T_{n; \alpha/2}, T_{n; 1-\alpha/2}$ – коэффициенты, используемые при оценке доверительных интервалов значений θ .

Нижние индексы:

il – нижняя граница доверительного интервала;

ob – верхняя граница доверительного интервала;

z – доверительный интервал, ограниченный с двух сторон.

5 Критерий согласия

Отсортировать r значений величины x по возрастанию.

Вычислить для каждого значения от $i = 1$ до $i = r - 1$:

$$l_i = \frac{\ln(x_{i+1}) - \ln(x_i)}{\ln \left[\frac{\ln \left(\frac{4(n-i-1)+3}{4n+1} \right)}{\ln \left(\frac{4(n-i)+3}{4n+1} \right)} \right]}. \quad (4)$$

Вычислить значение величины:

$$L = \frac{\sum_{i=\lfloor (r/2) \rfloor + 1}^{r-1} \frac{l_i}{\lfloor (r-1)/2 \rfloor}}{\sum_{i=1}^{\lfloor (r/2) \rfloor} \frac{l_i}{\lfloor r/2 \rfloor}}, \quad (5)$$

где $\lfloor r/2 \rfloor$ – символ, используемый для обозначения наибольшего целого числа, меньшего или равного $r/2$.

Отвергнуть гипотезу, что данные из распределения Вейбулла на α - уровне значимости, если:

$$L \geq F_{\alpha} \left(2 \lfloor (r-1)/2 \rfloor, 2 \lfloor r/2 \rfloor \right). \quad (6)$$

Значения квантиля F распределения можно найти, например, в [2].

6 Точечная оценка для параметров β и θ распределения

6.1 Цензурированная выборка

$$\hat{\beta} = \frac{nk_{r;n}}{r \ln x_r - \sum_{i=1}^r \ln x_i} \quad (7)$$

$$\hat{\theta} = \exp \left[\ln x_r - C_{r;n} \frac{1}{\hat{\beta}} \right] \quad (8)$$

Коэффициенты $k_{r;n}$ и $C_{r;n}$ приведены в таблицах 1 и 2.

Т а б л и ц а 1 – Коэффициент $k_{r;n}$

| n | r/n | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
| 5 | | | | 0,2231 | | 0,4813 | | 0,8018 | |
| 10 | | 0,1054 | 0,2172 | 0,3369 | 0,4667 | 0,6098 | 0,7715 | 0,9616 | 1,202 |
| 20 | 0,0513 | 0,1583 | 0,2721 | 0,3944 | 0,5277 | 0,6756 | 0,8448 | 1,048 | 1,316 |
| 30 | 0,0684 | 0,1759 | 0,2904 | 0,4137 | 0,5482 | 0,6979 | 0,8697 | 1,077 | 1,357 |
| 40 | 0,0770 | 0,1848 | 0,2996 | 0,4233 | 0,5584 | 0,7090 | 0,8822 | 1,092 | 1,378 |
| 50 | 0,0821 | 0,1901 | 0,3051 | 0,4291 | 0,5646 | 0,7158 | 0,8898 | 1,101 | 1,391 |
| 60 | 0,0855 | 0,1936 | 0,3088 | 0,4330 | 0,5687 | 0,7202 | 0,8949 | 1,108 | 1,400 |
| 70 | 0,0879 | 0,1961 | 0,3114 | 0,4357 | 0,5717 | 0,7235 | 0,8985 | 1,112 | 1,406 |
| 80 | 0,0898 | 0,1980 | 0,3134 | 0,4378 | 0,5739 | 0,7259 | 0,9012 | 1,115 | 1,410 |
| 90 | 0,0912 | 0,1995 | 0,3149 | 0,4394 | 0,5756 | 0,7277 | 0,9033 | 1,118 | 1,414 |
| 100 | 0,0924 | 0,2007 | 0,3162 | 0,4407 | 0,5770 | 0,7292 | 0,9050 | 1,120 | 1,417 |
| k_p | 0,10265 | 0,21129 | 0,32723 | 0,45234 | 0,58937 | 0,74274 | 0,92026 | 1,1382 | 1,4436 |
| d_1 | -1,0271 | -1,0622 | -1,1080 | -1,1634 | -1,2415 | -1,3540 | -1,5313 | -1,8567 | -2,6929 |
| d_2 | 0,000 | 0,030 | 0,054 | 0,089 | 0,145 | 0,242 | 0,433 | 0,906 | 2,796 |

Асимптотическая оценка для больших n : $k_{r;n} = k_p + d_1/n + d_2/n^2$

Т а б л и ц а 2 – Коэффициент $C_{r;n}$

| n | r/n | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|---------|---------|
| | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
| 10 | -2,880 | -1,826 | -1,267 | -0,8681 | -0,5436 | -0,2574 | 0,0120 | 0,2837 | 0,5846 |
| 20 | -2,547 | -1,658 | -1,147 | -0,7691 | -0,4548 | -0,1727 | 0,0979 | 0,3776 | 0,7022 |
| 30 | -2,444 | -1,605 | -1,108 | -0,7364 | -0,4253 | -0,1443 | 0,1269 | 0,4098 | 0,7446 |
| 40 | -2,394 | -1,578 | -1,089 | -0,7202 | -0,4106 | -0,1301 | 0,1415 | 0,4262 | 0,7664 |
| 50 | -2,365 | -1,562 | -1,077 | -0,7105 | -0,4018 | -0,1216 | 0,1503 | 0,4360 | 0,7796 |
| 60 | -2,345 | -1,522 | -1,069 | -0,7040 | -0,3959 | -0,1159 | 0,1562 | 0,4426 | 0,7885 |
| 70 | -2,331 | -1,544 | -1,064 | -0,6994 | -0,3917 | -0,1118 | 0,1604 | 0,4473 | 0,7949 |
| 80 | -2,321 | -1,539 | -1,060 | -0,6959 | -0,3886 | -0,1088 | 0,1635 | 0,4509 | 0,7998 |
| 90 | -2,313 | -1,534 | -1,056 | -0,6932 | -0,3861 | -0,1064 | 0,1660 | 0,4537 | 0,8035 |
| 100 | -2,307 | -1,531 | -1,054 | -0,6911 | -0,3841 | -0,1045 | 0,1679 | 0,4559 | 0,8065 |
| c_p | -2,2504 | -1,4999 | -1,0309 | 0,67173 | -0,36651 | -0,08742 | 0,18563 | 0,47589 | 0,83403 |
| a_1 | -5,5743 | -3,0740 | -2,2859 | -1,9301 | -1,7619 | -1,7114 | -1,7727 | -2,0110 | -2,7773 |
| a_2 | -7,201 | -1,886 | -0,767 | -0,335 | -0,091 | 0,111 | 0,369 | 0,891 | 2,825 |

Асимптотическая оценка для больших n : $C_{r;n} = c_p + a_1/n + a_2/n^2$

6.2 Нецензурированная (полная) выборка

$$\hat{\beta} = \frac{nk_n}{\frac{s}{n-s} \sum_{i=s+1}^n \ln x_i - \sum_{i=1}^s \ln x_i}, \quad (10)$$

$$\hat{\theta} = \exp \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i + 0,5772 \frac{1}{\beta} \right]. \quad (11)$$

Коэффициент k_n приведен в таблице 3.

Т а б л и ц а 3 – Коэффициент k_n

| n | k_n | n | k_n |
|-----|--------|-----|--------|
| 2 | 0,6931 | 32 | 1,4665 |
| 3 | 0,9808 | 33 | 1,4795 |
| 4 | 1,1507 | 34 | 1,4920 |
| 5 | 1,2674 | 35 | 1,5040 |
| 6 | 1,3545 | 36 | 1,5156 |
| 7 | 1,1828 | 37 | 1,5266 |
| 8 | 1,2547 | 38 | 1,4795 |
| 9 | 1,3141 | 39 | 1,4904 |
| 10 | 1,3644 | 40 | 1,5009 |
| 11 | 1,4079 | 41 | 1,5110 |
| 12 | 1,4461 | 42 | 1,5208 |
| 13 | 1,3332 | 43 | 1,5303 |
| 14 | 1,3686 | 44 | 1,4891 |
| 15 | 1,4004 | 45 | 1,4984 |
| 16 | 1,4293 | 46 | 1,5075 |
| 17 | 1,4556 | 47 | 1,5163 |
| 18 | 1,4799 | 48 | 1,5248 |
| 19 | 1,3960 | 49 | 1,5331 |
| 20 | 1,4192 | 50 | 1,5411 |
| 21 | 1,4408 | 51 | 1,5046 |

Окончание таблицы 3

| n | k_n | n | k_n |
|-----|--------|----------|--------|
| 22 | 1,4609 | 52 | 1,5126 |
| 23 | 1,4797 | 53 | 1,5204 |
| 24 | 1,4975 | 54 | 1,5279 |
| 25 | 1,5142 | 55 | 1,5352 |
| 26 | 1,4479 | 56 | 1,5424 |
| 27 | 1,4642 | 57 | 1,5096 |
| 28 | 1,4796 | 58 | 1,5167 |
| 29 | 1,4943 | 59 | 1,5236 |
| 30 | 1,5083 | 60 | 1,5304 |
| 31 | 1,5216 | ∞ | 1,5692 |

7 Оценка данных и критерии

7.1 Диаграмма Вейбулла

График вероятностей для распределения Вейбулла составляется таким образом, чтобы функция распределения двухпараметрического распределения Вейбулла была представлена прямой линией.

Ось ординат градуирована в соответствии с функцией:

$$\eta = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{1-G(x)} \right) \right) \quad (12)$$

и ось абсцисс согласно функции:

$$\xi = \ln x \quad \text{или} \quad \xi = \log x. \quad (13)$$

Примечание – Такие формы доступны. Как правило, надо использовать диаграммы с интервалом G значений от $G = 1 \times 10^{-3} = 0,1\%$ до $G = 0,999 = 99,9\%$. Необходимый диапазон x -значений зависит от величины параметра формы β .

7.2 Графическое представление оцениваемой функции распределения

Точки оценок параметра формы β и параметра масштаба θ задают прямую линию на диаграмме Вейбулла. Этот способ подходит, чтобы определить данную прямую по двум следующим точкам:

$$x = \hat{\theta} \quad G(x) = 0,6321 = 63,21\%, \quad (14)$$

$$x = \hat{\theta} \times 0,01005^{\frac{1}{\beta}} \quad G(x) = 0,01 = 1\%. \quad (15)$$

Эту прямую линию следует нанести на диаграмму.

7.3 Нанесение данных выборки на диаграмму Вейбулла

7.3.1 Однозначность

Размер цензурированной или нецензурированной выборки дает r или n значений X_i величины X . Эти значения X_i следует упорядочить для формирования упорядоченной выборки.

Каждое значение X_i упорядоченной выборки следует сопоставить с оценкой:

$$\hat{G}(x_i) = \frac{i-0,3}{n+0,4}. \quad (16)$$

Таким образом, точки, представляющие измеренные значения выборки, следует графически нанести на диаграмму Вейбулла.

7.3.2 Классифицированные значения

В случае очень большого объема выборки диапазон измеренных x -значений может быть разделен на интервалы, как правило, содержащие одинаковое количество значений. Долю x -значений, просуммированную в каждом рассматриваемом интервале, следует нанести на верхнюю границу этого интервала.

7.4 Оценка выборочных данных

Прямую линию, построенную согласно 7.2, и точки, которые представляют измеренные значения выборки, построенные согласно 7.3, можно сравнивать визуально.

Систематические отклонения могут быть подробно проанализированы с учетом фундаментальных технических и научных знаний и результатов ранее выполненных соответствующих исследований. Например, если распределение значений величины может быть аппроксимировано кусочно-прямыми линиями с различным наклоном, можно предположить смешанное распределение Вейбулла. Это можно принять как свидетельство того, что несколько основных механизмов определяют значения величины X_i . Такое подробное рассмотрение выходит за рамки настоящего стандарта.

8 Доверительный интервал

Уравнения следующих подпунктов применимы в том случае, когда доверительные интервалы ограничены с двух сторон (индекс z). В том случае, когда доверительные интервалы ограничены только с одной стороны, $\alpha/2$ должна быть заменена на α в следующих уравнениях.

Уровень доверия $(1 - \alpha)$ выбирает пользователь настоящего стандарта.

8.1 Доверительный интервал для параметра формы β

Верхняя граница доверительного интервала для параметра формы β при уровне доверия $(1 - \alpha)$:

$$\beta_{об; z} = \hat{\beta} \frac{\chi_{f_1; 1-\alpha/2}^2}{f_1}, \quad (17)$$

и нижняя граница:

$$\beta_{ин; z} = \hat{\beta} \frac{\chi_{f_1; \alpha/2}^2}{f_1}, \quad (18)$$

f_1 следует получить с помощью умножения данных из таблицы 4, зная размер выборки n .

Т а б л и ц а 4 – Значения функции f_1/n

| n | r/n | | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
| 10 | | 0,211 | 0,434 | 0,671 | 0,926 | 1,200 | 1,497 | 1,825 | 2,174 | 2,701 |
| 20 | 0,103 | 0,316 | 0,543 | 0,784 | 1,042 | 1,320 | 1,621 | 1,946 | 2,277 | 2,891 |
| 30 | 0,137 | 0,351 | 0,579 | 0,821 | 1,080 | 1,360 | 1,661 | 1,985 | 2,303 | 2,958 |
| 40 | 0,154 | 0,369 | 0,597 | 0,840 | 1,100 | 1,380 | 1,682 | 2,004 | 2,315 | 2,991 |
| 50 | 0,164 | 0,380 | 0,608 | 0,851 | 1,111 | 1,392 | 1,693 | 2,015 | 2,320 | 3,009 |
| 100 | 0,185 | 0,401 | 0,629 | 0,873 | 1,135 | 1,415 | 1,718 | 2,037 | 2,330 | 3,045 |
| h_0 | 0,2052 | 0,4218 | 0,6514 | 0,8959 | 1,1577 | 1,4391 | 1,7416 | 2,0598 | 2,3394 | 3,085 |
| h_1 | -2,052 | -2,111 | -2,175 | -2,244 | -2,314 | -2,376 | -2,390 | -2,205 | -0,856 | |
| h_2 | 0,000 | 0,008 | 0,002 | -0,016 | -0,064 | -0,188 | -0,526 | -1,682 | -7,928 | |

Асимптотическая оценка для больших n : $f_1/n = h_0 + h_1/n + h_2/n^2$
 Для нецензурированной выборки ($r/n = 1$) хорошее приближение $f_1/n = 3,085 - 3,84/n$

Величины $\chi_{f_1; 1-\alpha/2}^2$ и $\chi_{f_1; \alpha/2}^2$ – квантиль распределения хи-квадрат с числом степеней свободы f_1 . Значения приведены в таблице 5.

Таблица 5 – 2,5 % и 97,5 % квантилей для распределения χ^2
 Число степеней свободы

| f | P | | |
|--|----------|---------|--------|
| | 2,5 % | 97,5 % | |
| 1 | 0,000982 | 5,02 | |
| 2 | 0,0506 | 7,38 | |
| 3 | 0,216 | 9,35 | |
| 4 | 0,484 | 11,1 | |
| 5 | 0,831 | 12,8 | |
| 6 | 1,24 | 14,4 | |
| 7 | 1,69 | 16,0 | |
| 8 | 2,18 | 17,5 | |
| 9 | 2,70 | 19,0 | |
| 10 | 3,25 | 20,5 | |
| 11 | 3,82 | 21,9 | |
| 12 | 4,40 | 23,3 | |
| 13 | 5,01 | 24,7 | |
| 14 | 5,63 | 26,1 | |
| 15 | 6,26 | 27,5 | |
| 16 | 6,91 | 28,8 | |
| 17 | 7,56 | 30,2 | |
| 18 | 8,23 | 31,5 | |
| 19 | 8,91 | 32,9 | |
| 20 | 9,59 | 34,2 | |
| 21 | 10,3 | 35,5 | |
| 22 | 11,0 | 36,8 | |
| 23 | 11,7 | 38,1 | |
| 24 | 12,4 | 39,4 | |
| 25 | 13,1 | 40,6 | |
| 26 | 13,8 | 41,9 | |
| 27 | 14,6 | 43,2 | |
| 28 | 15,3 | 44,5 | |
| 29 | 16,0 | 45,7 | |
| 30 | 16,8 | 47,0 | |
| 40 | 24,4 | 59,3 | |
| 50 | 32,4 | 71,4 | |
| 60 | 40,5 | 83,3 | |
| 70 | 48,8 | 95,0 | |
| 80 | 57,2 | 106,6 | |
| 90 | 65,6 | 118,1 | |
| 100 | 74,2 | 129,6 | |
| Приближение для $f > 30$ | p | 2,5% | 97,5% |
| | u_p | -1,9600 | 1,9600 |
| $\chi^2_{r,p} = f \left[1 - 2/9f + u_p \sqrt{(2/9f)} \right]^3$ | | | |

8.2 Доверительный интервал для значения функции распределения $G(x)$ при заданном значении x величины X

Границы двустороннего доверительного интервала для G при уровне доверия $(1 - \alpha)$ для рассматриваемого значения x величины X следует вычислять с помощью трех вспомогательных факторов y , v и γ .

Уравнение для вспомогательного фактора y :

$$y = \hat{\beta} \ln \frac{\hat{\theta}}{x} = -\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-G(x)} \right) \right]. \quad (19)$$

Уравнение для вспомогательного фактора v :

$$v = A + By^2 - 2Cy. \quad (20)$$

Константы A, B, C должны быть получены путем деления значений, полученных из таблицы 6, учитывая размер выборки n .

Т а б л и ц а 6 – Константы $A.n, B.n$ и $C.n$

| n | r/n | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
| | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| $B.n$ | | | | | | | | | | |
| 10 | | 9,488 | 4,609 | 2,979 | 2,161 | 1,667 | 1,336 | 1,096 | 0,9197 | 0,7405 |
| 20 | 19,49 | 6,324 | 3,686 | 2,552 | 1,920 | 1,515 | 1,234 | 1,028 | 0,8784 | 0,6919 |
| 30 | 14,62 | 5,691 | 3,455 | 2,436 | 1,851 | 1,471 | 1,204 | 1,008 | 0,8683 | 0,6761 |
| 40 | 13,00 | 5,420 | 3,350 | 2,382 | 1,819 | 1,450 | 1,189 | 0,9981 | 0,8641 | 0,6687 |
| 50 | 12,18 | 5,269 | 3,290 | 2,350 | 1,800 | 1,437 | 1,181 | 0,9925 | 0,8619 | 0,6647 |
| 60 | 11,70 | 5,173 | 3,251 | 2,330 | 1,787 | 1,429 | 1,175 | 0,9888 | 0,8605 | 0,6616 |
| 80 | 11,14 | 5,058 | 3,204 | 2,305 | 1,772 | 1,419 | 1,168 | 0,9840 | 0,8590 | 0,6584 |
| 100 | 10,83 | 4,991 | 3,177 | 2,290 | 1,763 | 1,413 | 1,164 | 0,9816 | 0,8580 | 0,6564 |
| ∞ | 9,746 | 4,742 | 3,070 | 2,232 | 1,728 | 1,390 | 1,148 | 0,9710 | 0,8549 | 0,6482 |
| $C.n$ | | | | | | | | | | |
| 10 | | 17,58 | 6,109 | 2,868 | 1,474 | 0,7502 | 0,3344 | 0,0826 | -0,0694 | -0,1981 |
| 20 | 49,91 | 10,75 | 4,505 | 2,254 | 1,184 | 0,5975 | 0,2500 | 0,0373 | -0,0856 | -0,2216 |
| 30 | 35,98 | 9,397 | 4,107 | 2,089 | 1,102 | 0,5533 | 0,2253 | 0,0245 | -0,0883 | -0,2206 |
| 40 | 31,36 | 8,819 | 3,927 | 2,012 | 1,064 | 0,5323 | 0,2136 | 0,0185 | -0,0891 | -0,2262 |
| 50 | 29,06 | 8,499 | 3,825 | 1,967 | 1,041 | 0,5200 | 0,2068 | 0,0150 | -0,0894 | -0,2238 |
| 60 | 27,68 | 8,296 | 3,750 | 1,938 | 1,026 | 0,5120 | 0,2023 | 0,0127 | -0,0895 | -0,2271 |
| 80 | 26,10 | 8,050 | 3,680 | 1,900 | 1,008 | 0,5020 | 0,1970 | 0,0100 | -0,089 | -0,2287 |
| 100 | 25,30 | 7,910 | 3,630 | 1,880 | 0,9980 | 0,4960 | 0,1940 | 0,0080 | -0,089 | -0,2292 |
| ∞ | 22,19 | 7,383 | 3,450 | 1,801 | 0,9562 | 0,4734 | 0,1807 | 0,0019 | -0,0891 | -0,2309 |
| $A.n$ | | | | | | | | | | |
| 10 | | 39,04 | 12,052 | 5,609 | 3,233 | 2,172 | 1,650 | 1,384 | 1,255 | 1,170 |
| 20 | 140,7 | 23,96 | 9,136 | 4,666 | 2,850 | 2,000 | 1,570 | 1,350 | 1,248 | 1,159 |
| 30 | 100,4 | 20,96 | 8,416 | 4,410 | 2,743 | 1,949 | 1,546 | 1,339 | 1,248 | 1,165 |
| 40 | 87,06 | 19,68 | 8,088 | 4,292 | 2,692 | 1,925 | 1,534 | 1,335 | 1,249 | 1,161 |
| 50 | 80,39 | 18,97 | 7,901 | 4,223 | 2,662 | 1,911 | 1,528 | 1,332 | 1,249 | 1,165 |
| 60 | 76,40 | 18,52 | 7,781 | 4,179 | 2,643 | 1,902 | 1,524 | 1,331 | 1,249 | 1,162 |
| ∞ | 60,53 | 16,50 | 7,219 | 3,967 | 2,550 | 1,859 | 1,503 | 1,323 | 1,251 | 1,162 |
| $v = By^2 - 2Cy + A$ | | | | | | | | | | |
| B, C и A получаются путем деления значений в таблице с помощью n . | | | | | | | | | | |
| Для нецензурированной выборки ($r/n = 1$) хорошее приближение: | | | | | | | | | | |
| $B = 0,6482/n + 0,805/n^2 + 1,13/n^3$; $C = -0,2309/n + 0,15/n^2 + 1,78/n^3$; $A = 1,162/n$ | | | | | | | | | | |

Уравнение для дополнительного фактора γ :

$$\gamma = \exp(-y + H(f_2)), \quad (21)$$

где f_2 и $H(f_2)$ определяются из таблицы 7.

Примечание – γ и f_2 зависят от значения $\hat{G}(x)$, объема выборки n , и соотношения r/n . γ и f_2 являются независимыми от $\hat{\beta}$.

Таблица 7 – f_2 и $H(f_2)$ как функции от v

| | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| v | 0,221 | 0,490 | 1,645 | 1,774 | 1,923 | 2,096 | 2,299 | 2,541 | 2,681 |
| f_2 | 10,00 | 5,000 | 2,000 | 1,900 | 1,800 | 1,700 | 1,600 | 1,500 | 1,450 |
| $H(f_2)$ | 0,103 | 0,213 | 0,577 | 0,611 | 0,650 | 0,693 | 0,742 | 0,798 | 0,830 |
| v | 2,834 | 3,003 | 3,191 | 3,401 | 3,636 | 3,901 | 4,201 | 4,543 | 4,935 |
| f_2 | 1,400 | 1,350 | 1,300 | 1,250 | 1,200 | 1,150 | 1,100 | 1,105 | 1,000 |
| $H(f_2)$ | 0,863 | 0,900 | 0,940 | 0,983 | 1,030 | 1,081 | 1,138 | 1,201 | 1,270 |

Математические функции:

$v \leq 2$: $f_2 = (8v + 12) / (v^2 + 6v)$
 $H(f_2) = (15f_2^2 + 5f_2 + 6) / (15f_2^3 + 6f_2)$

$2 < v \leq 5$: $f_2 = 3,509 - 1,3055v + 0,2480v^2 - 0,0175v^3$
 $H(f_2) = 0,08832 + 0,3218v - 0,0167v^2$

Тогда границы доверительного интервала для G :
 верхняя граница:

$$G_{об; z} = 1 - \exp \left[-\gamma \frac{\chi_{f_2; 1-\alpha f_2}}{f_2} \right]; \quad (22)$$

нижняя граница:

$$G_{ун; z} = 1 - \exp \left[-\gamma \frac{\chi_{f_2; \alpha f_2}}{f_2} \right]. \quad (23)$$

8.3 Доверительный интервал для параметра масштаба θ

8.3.1 Метод для всех выборок

Границы двусторонних доверительных интервалов для параметра масштаба θ при уровне доверия $(1 - \alpha)$ рассчитывается методом итераций:

$$\theta_{об; z; j+1} = \frac{\theta_{об; z; j}}{\left[\ln \frac{1}{1 - G_{ун; z}(x = \theta_{об; z; j})} \right]^{\frac{1}{\beta}}}, \quad (24)$$

$$\theta_{ун; z; j+1} = \frac{\theta_{ун; z; j}}{\left[\ln \frac{1}{1 - G_{об; z}(x = \theta_{ун; z; j})} \right]^{\frac{1}{\beta}}}. \quad (25)$$

Итерации могут быть начаты с $\theta_{об; z; 0} = \theta_{ун; z; 0} = \hat{\theta}$.

После каждой итерации новые значения $G_{об; z}(x = \theta_{об; z; j})$ и $G_{ун; z}(x = \theta_{ун; z; j})$ рассчитываются по методу, описанному в 8.2.

Итерации должны быть прекращены, когда два последовательных значения как $\theta_{об; z}^*$, так и $\theta_{ин; z}$ равны с требуемой точностью. Например, для оценки результатов испытаний прочности разница меньше 0,1% дает достаточную точность.

8.3.2 Метод для нецензурированной выборки

В случае нецензурированной (полной) выборки могут быть использованы следующие простые уравнения:

$$\theta_{об; z}^* = \hat{\theta} \exp \left[-\frac{T_{n; \alpha/2}}{\hat{\beta}} \right], \quad (26)$$

$$\theta_{ин; z}^* = \hat{\theta} \exp \left[-\frac{T_{n; 1-\alpha/2}}{\hat{\beta}} \right] \quad (27)$$

с коэффициентами $T_{n; \alpha/2}$ и $T_{n; 1-\alpha/2}$, взятыми из таблицы 8.

Т а б л и ц а 8 – Коэффициент доверия $T_{n; p}$

| n | $p = 1 - \alpha/2$ | | | | $p = \alpha/2$ | | | |
|----|--------------------|-------|-------|-------|----------------|--------|--------|---------|
| | 0,975 | 0,95 | 0,9 | 0,75 | 0,25 | 0,1 | 0,05 | 0,025 |
| 5 | 1,4897 | 1,107 | 0,772 | 0,349 | -0,444 | -0,888 | -1,247 | -1,5675 |
| 6 | 1,2233 | 0,939 | 0,666 | 0,302 | -0,385 | -0,740 | -1,007 | -1,3247 |
| 7 | 1,0642 | 0,829 | 0,598 | 0,272 | -0,344 | -0,652 | -0,874 | -1,1437 |
| 8 | 0,9548 | 0,751 | 0,547 | 0,251 | -0,313 | -0,591 | -0,784 | -1,0096 |
| 9 | 0,8738 | 0,691 | 0,507 | 0,235 | -0,289 | -0,544 | -0,717 | -0,9122 |
| 10 | 0,8114 | 0,644 | 0,475 | 0,222 | -0,269 | -0,507 | -0,665 | -0,8387 |
| 11 | 0,7603 | 0,605 | 0,448 | 0,211 | -0,253 | -0,477 | -0,622 | -0,7790 |
| 12 | 0,7176 | 0,572 | 0,425 | 0,202 | -0,239 | -0,451 | -0,587 | -0,7326 |
| 13 | 0,6815 | 0,544 | 0,406 | 0,194 | -0,228 | -0,429 | -0,557 | -0,6894 |
| 14 | 0,6502 | 0,520 | 0,389 | 0,187 | -0,217 | -0,410 | -0,532 | -0,6572 |
| 15 | 0,6235 | 0,499 | 0,374 | 0,180 | -0,208 | -0,393 | -0,509 | -0,6266 |
| 16 | 0,5989 | 0,480 | 0,360 | 0,175 | -0,200 | -0,379 | -0,489 | -0,6016 |
| 17 | 0,5778 | 0,463 | 0,348 | 0,170 | -0,193 | -0,365 | -0,471 | -0,5795 |
| 18 | 0,5577 | 0,447 | 0,338 | 0,165 | -0,187 | -0,353 | -0,455 | -0,5566 |
| 19 | 0,5405 | 0,433 | 0,328 | 0,161 | -0,181 | -0,342 | -0,441 | -0,5356 |
| 20 | 0,5254 | 0,421 | 0,318 | 0,157 | -0,175 | -0,332 | -0,428 | -0,5187 |
| 22 | 0,4958 | 0,398 | 0,302 | 0,150 | -0,166 | -0,314 | -0,404 | -0,4907 |
| 24 | 0,4719 | 0,379 | 0,288 | 0,144 | -0,158 | -0,299 | -0,384 | -0,4669 |
| 26 | 0,4509 | 0,362 | 0,276 | 0,138 | -0,150 | -0,286 | -0,367 | -0,4450 |
| 28 | 0,4326 | 0,347 | 0,265 | 0,134 | -0,144 | -0,274 | -0,352 | -0,4249 |
| 30 | 0,4156 | 0,334 | 0,256 | 0,129 | -0,139 | -0,264 | -0,338 | -0,4098 |
| 32 | 0,4014 | 0,323 | 0,247 | 0,125 | -0,134 | -0,254 | -0,326 | -0,3951 |
| 34 | 0,3879 | 0,312 | 0,239 | 0,122 | -0,129 | -0,246 | -0,315 | -0,3801 |
| 36 | 0,3755 | 0,302 | 0,232 | 0,118 | -0,125 | -0,238 | -0,305 | -0,3687 |
| 38 | 0,3648 | 0,293 | 0,226 | 0,115 | -0,121 | -0,231 | -0,296 | -0,3578 |
| 40 | 0,3544 | 0,285 | 0,220 | 0,113 | -0,118 | -0,224 | -0,288 | -0,3479 |
| 42 | 0,3450 | 0,278 | 0,214 | 0,110 | -0,115 | -0,218 | -0,280 | -0,3394 |
| 44 | 0,3346 | 0,271 | 0,209 | 0,108 | -0,112 | -0,213 | -0,273 | -0,3289 |
| 46 | 0,3286 | 0,264 | 0,204 | 0,105 | -0,109 | -0,208 | -0,266 | -0,3219 |
| 48 | 0,3210 | 0,258 | 0,199 | 0,103 | -0,106 | -0,203 | -0,260 | -0,3136 |
| 50 | 0,3136 | 0,253 | 0,195 | 0,101 | -0,104 | -0,198 | -0,254 | -0,3073 |
| 52 | 0,3067 | 0,247 | 0,191 | 0,099 | -0,102 | -0,194 | -0,249 | -0,3019 |
| 54 | 0,3012 | 0,243 | 0,187 | 0,097 | -0,100 | -0,190 | -0,244 | -0,2939 |
| 56 | 0,2953 | 0,238 | 0,184 | 0,096 | -0,098 | -0,186 | -0,239 | -0,2887 |
| 58 | 0,2895 | 0,233 | 0,181 | 0,094 | -0,096 | -0,183 | -0,234 | -0,2840 |
| 60 | 0,2839 | 0,229 | 0,177 | 0,092 | -0,094 | -0,179 | -0,230 | -0,2788 |

Окончание таблицы 8

| n | $p = 1 - \alpha/2$ | | | | $p = \alpha/2$ | | | |
|-----|--------------------|--------|-------|-------|----------------|--------|--------|---------|
| | 62 | 0,2791 | 0,225 | 0,174 | 0,091 | -0,092 | -0,176 | -0,226 |
| 64 | 0,2743 | 0,221 | 0,171 | 0,089 | -0,091 | -0,173 | -0,222 | -0,2687 |
| 66 | 0,2697 | 0,218 | 0,169 | 0,088 | -0,089 | -0,170 | -0,218 | -0,2647 |
| 68 | 0,2656 | 0,214 | 0,166 | 0,087 | -0,088 | -0,167 | -0,215 | -0,2612 |
| 70 | 0,2618 | 0,211 | 0,164 | 0,085 | -0,086 | -0,165 | -0,211 | -0,2573 |
| 72 | 0,2573 | 0,208 | 0,161 | 0,084 | -0,085 | -0,162 | -0,208 | -0,2530 |
| 74 | 0,2542 | 0,205 | 0,159 | 0,083 | -0,084 | -0,160 | -0,205 | -0,2495 |
| 76 | 0,2504 | 0,202 | 0,157 | 0,082 | -0,083 | -0,158 | -0,202 | -0,2456 |
| 78 | 0,2466 | 0,199 | 0,155 | 0,081 | -0,081 | -0,155 | -0,199 | -0,2427 |
| 80 | 0,2438 | 0,197 | 0,153 | 0,080 | -0,080 | -0,153 | -0,197 | -0,2391 |
| 85 | 0,2352 | 0,190 | 0,148 | 0,077 | -0,078 | -0,148 | -0,190 | -0,2326 |
| 90 | 0,2286 | 0,185 | 0,143 | 0,075 | -0,075 | -0,144 | -0,184 | -0,2260 |
| 95 | 0,2218 | 0,179 | 0,139 | 0,073 | -0,073 | -0,139 | -0,179 | -0,2197 |
| 100 | 0,2162 | 0,175 | 0,136 | 0,071 | -0,071 | -0,136 | -0,174 | -0,2132 |
| 110 | 0,2056 | 0,166 | 0,129 | 0,067 | -0,067 | -0,129 | -0,165 | -0,2027 |
| 120 | 0,1962 | 0,159 | 0,123 | 0,064 | -0,064 | -0,123 | -0,158 | -0,1946 |

8.4 Доверительный интервал для значения x величины X заданного значения $G(x)$ функции распределения.

8.4.1 Метод для всех выборок

Доверительный интервал для x заданной $G(x)$ может быть вычислен путем решения трансцендентного уравнения:

$$G_{an;z}(x = x_{ob;z}) = G_{ob;z}(x = x_{an;z}) = G. \quad (28)$$

Эти уравнения могут быть решены путем варьирования переменной x процедурой, описанной в 8.3.1, в качестве метода последовательных приближений.

Однако в большинстве случаев доверительные интервалы для x могут быть быстрее определены для заданного значения $G(x)$ по диаграмме Вейбулла. Для этой цели границы доверительного интервала, определенные в соответствии с 8.2, например $G_{ob;z}(x)$ и $G_{an;z}(x)$, должны быть рассчитаны для ограниченного числа значений x и нанесены на диаграмму Вейбулла. В пределах графика на диаграмме Вейбулла доверительные интервалы для x , задаваемого $G(x)$, могут быть определены напрямую.

Эта процедура становится неточной при малых значениях $G(x)$, как в случаях, когда степень свободы f_2 распределения хи-квадрат принимает значения меньше 1. Предельные кривые доверительного интервала функции распределения $G(x)$ должны быть линейно экстраполированы, графически или численно.

Графическая экстраполяция позволяет непосредственно определить границы доверительного интервала x из диаграммы Вейбулла.

Для численного определения доверительного интервала заданного значения \hat{x}_2 по точкам следует выбирать значения $\hat{x}_1 > \hat{x}_2$, и для этого \hat{x}_1 доверительный интервал функции распределения $G(x_1)$ рассчитывается по 8.2 для получения доверительных интервалов $G_{ob;z}(\hat{x}_1)$ и $G_{an;z}(\hat{x}_1)$.

Выбранное значение \hat{x}_1 должно соответствовать приблизительно нижней границе диапазона измеренных значений x .

Тогда границы доверительного интервала значения \hat{x}_2 следует вычислять с использованием следующих уравнений:

$$x_{2;ob;z} = \hat{x}_1 \left[\frac{\ln(1 - \hat{G}(\hat{x}_2))}{\ln(1 - G_{un;z}(\hat{x}_1))} \right]^{\frac{1}{\beta_{ob;z}}}, \quad (29)$$

$$x_{2;un;z} = \hat{x}_1 \left[\frac{\ln(1 - \hat{G}(\hat{x}_2))}{\ln(1 - G_{ob;z}(\hat{x}_1))} \right]^{\frac{1}{\beta_{un;z}}}. \quad (30)$$

8.4.2 Метод для нецензурированной выборки

Для $G \leq 0,632$ могут быть использованы следующие простые уравнения:

$$x_{ob;z} = \theta_{ob;z} \left[\ln \frac{1}{1 - \hat{G}(\hat{x})} \right]^{\frac{1}{\beta_{ob;z}}}, \quad (31)$$

$$x_{un;z} = \theta_{un;z} \left[\ln \frac{1}{1 - \hat{G}(\hat{x})} \right]^{\frac{1}{\beta_{un;z}}}. \quad (32)$$

Значения $\theta_{ob;z}$ и $\theta_{un;z}$ должны быть рассчитаны в соответствии с 8.3.1 или 8.3.2.

Этот упрощенный метод расчета приводит к более осторожной оценке доверительного интервала x , по сравнению с более точным методом экстраполяции, как описано в 8.4.1.

В выборках, где $n \geq 20$ и $\beta \geq 5$, и для значений $G < 0,1$ должны быть использованы следующие уравнения, дающие лучшее приближение к точному методу, описанному в 8.4.1:

$$x_{ob;z} = \hat{\theta} \left[\ln \frac{1}{1 - \hat{G}(\hat{x})} \right]^{\frac{1}{\beta_{ob;z}}}, \quad (33)$$

$$x_{un;z} = \hat{\theta} \left[\ln \frac{1}{1 - \hat{G}(\hat{x})} \right]^{\frac{1}{\beta_{un;z}}}. \quad (34)$$

Приложение А
(информационное)

Примеры

А.1 Нецензурированная выборка

А.1.1 Данные

Т а б л и ц а А . 1 – Результаты эксперимента по определению напряжения разрушения

| Номер образца | Напряжение разрушения, N/mm^2 |
|---------------|---------------------------------|
| 1 | 41,26 |
| 2 | 42,54 |
| 3 | 44,31 |
| 4 | 44,43 |
| 5 | 44,67 |
| 6 | 45,02 |
| 7 | 45,37 |
| 8 | 46,08 |
| 9 | 46,08 |
| 10 | 46,55 |
| 11 | 47,86 |
| 12 | 48,21 |
| 13 | 48,21 |
| 14 | 48,31 |
| 15 | 49,63 |
| 16 | 50,34 |
| 17 | 50,43 |
| 18 | 50,69 |
| 19 | 50,78 |
| 20 | 51,05 |
| 21 | 51,05 |
| 22 | 51,05 |
| 23 | 51,76 |
| 24 | 53,17 |

А.1.2 Статистическая оценка

А.1.2.1 Точечное оценивание

Метод описан в 6.2.

Из таблицы 3, для $n = 24$, $k_n = 1,4975$:

$$s = \text{int}(0,84 \times 24) = 20.$$

Отсюда $\hat{\beta} = 18,67$ и $\hat{\theta} = 49,26 \text{ } N/mm^2$.

А.1.2.2 Оценка доверительных интервалов

Для коэффициента доверия 95% доверительные интервалы: $1 - \alpha/2 = 0,975$ и $\alpha/2 = 0,025$.

а) Метод определения доверительного интервала для параметра формы приведен в 8.1.

Из таблицы 4, с помощью линейной интерполяции, $f_1/n = 2,918$, так что $f_1 = 70,03$.

Из таблицы 5, $\chi_{70,03;0,975}^2 = 95,05$ и $\chi_{70,03;0,025}^2 = 48,78$.

Отсюда $\beta_{об;2} = 25,34$ и $\beta_{ин;2} = 13,01$.

б) Метод определения доверительных интервалов для $G(x)$ приведен в 8.2, и результаты вычислений приведены в таблице А.2.

Т а б л и ц а А . 2 – Результаты вычислений согласно 8.2

| $G(x)$ % | \hat{x} N/mm^2 | y | v | f_2 | $H(f_2)$ | γ | $\chi^2_{f_2;0,975}$ | $\chi^2_{f_2;0,025}$ | $G_{об;2}$ % | $G_{ун;2}$ % |
|-------------|-----------------------|---------|---------|--------|----------|----------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| 99 | 53,46 | -1,5276 | 0,08670 | 24,054 | 0,04215 | 4,8054 | 39,433 | 12,440 | 99,96 | 91,67 |
| 95 | 52,24 | -1,0966 | 0,06243 | 33,026 | 0,03058 | 3,0869 | 50,757 | 19,067 | 99,13 | 83,17 |
| 80 | 50,53 | -0,4752 | 0,04608 | 44,395 | 0,02269 | 1,6452 | 64,679 | 27,887 | 90,90 | 64,42 |
| 63,21 | 49,26 | 0 | 0,04838 | 42,331 | 0,02381 | 1,0241 | 62,179 | 26,259 | 77,78 | 47,02 |
| 10 | 43,67 | 2,2488 | 0,2343 | 9,4985 | 0,1090 | 0,1177 | 19,751 | 2,973 | 21,71 | 3,62 |
| 1 | 38,5 | 4,6013 | 0,7380 | 3,6005 | 0,3027 | 0,01359 | 10,426 | 0,377 | 3,86 | 0,14 |

Рисунок 1 показывает значения $G(x)$, $G_{об;2}$, $G_{ун;2}$ из таблицы А.2, графически нанесенные на вейбулловскую (вероятностную) бумагу соответственно для каждого \hat{x} из таблицы А.2, вместе с результатами данных предела прочности из таблицы А.1.

с) Метод определения доверительных интервалов параметра масштаба приводится в 8.3.

Таблица А.3, полученная с использованием метода 8.3.1, показывает результаты последовательных итераций для определения $\theta_{об;2}$ и $\theta_{ун;2}$.

Т а б л и ц а А . 3 – Результаты последовательных итераций согласно п. 8.3.1

| Номер итерации | $\theta_{об;2}$ | $\theta_{ун;2}$ |
|----------------|-----------------|-----------------|
| 0 | 49,26 | 49,26 |
| 1 | 50,47 | 48,19 |
| 2 | 50,44 | 48,08 |
| 3 | 50,44 | 48,06 |

После трех итераций разница достаточно мала, что позволяет остановить итерационный процесс.

Отсюда $\theta_{об;2} = 50,44 N/mm^2$ и $\theta_{ун;2} = 48,06 N/mm^2$.

Тем не менее, так как это нецензурированная выборка, упрощенная процедура, описанная в п. 8.3.2, также может быть использована.

Из таблицы 8, $T_{24;0,025} = -0,4669$ и $T_{24;0,975} = 0,4719$.

Отсюда $\theta_{об;2}^* = 50,51 N/mm^2$ и $\theta_{ун;2}^* = 48,03 N/mm^2$.

д) С коэффициентом доверия 95% доверительные интервалы для x при $G = 0,1\%$ могут быть определены либо графически из рисунка А.1, или численно методом, описанным в 8.4.1.

Графическая экстраполяция на рисунке А.1 дает:

$x_{об;2} = 38,0 N/mm^2$ $\hat{x} = 34,0 N/mm^2$ $x_{ун;2} = 30,1 N/mm^2$.

Для численного метода удобно полагать $\hat{x}_1 = 38,50 N/mm^2$, что соответствует $\hat{G} = 1\%$. По таблице А.2 уже были проведены расчеты и получено:

$G_{об;2}(\hat{x}_1) = 3,86\%$ и $G_{ун;2}(\hat{x}_1) = 0,14\%$.

Отсюда $x_{2;об;2} = 38,00 N/mm^2$ и $x_{2;ун;2} = 29,03 N/mm^2$.

Существует хорошее соответствие между графическим и численным методами.

Для нецензурированной выборки упрощенный метод, описанный в 8.4.2, может быть использован.

Поскольку $n > 20$, $G < 0,1$ и $\hat{\beta} > 5$, полученные из А.1.2.1 значения $\hat{\theta}$ могут быть использованы в уравнениях 8.4.2.

Отсюда $x_{об;2} = 37,51 N/mm^2$ и $x_{ун;2} = 28,97 N/mm^2$.

Это также дает хорошее соответствие между графическим и полным численным методами.

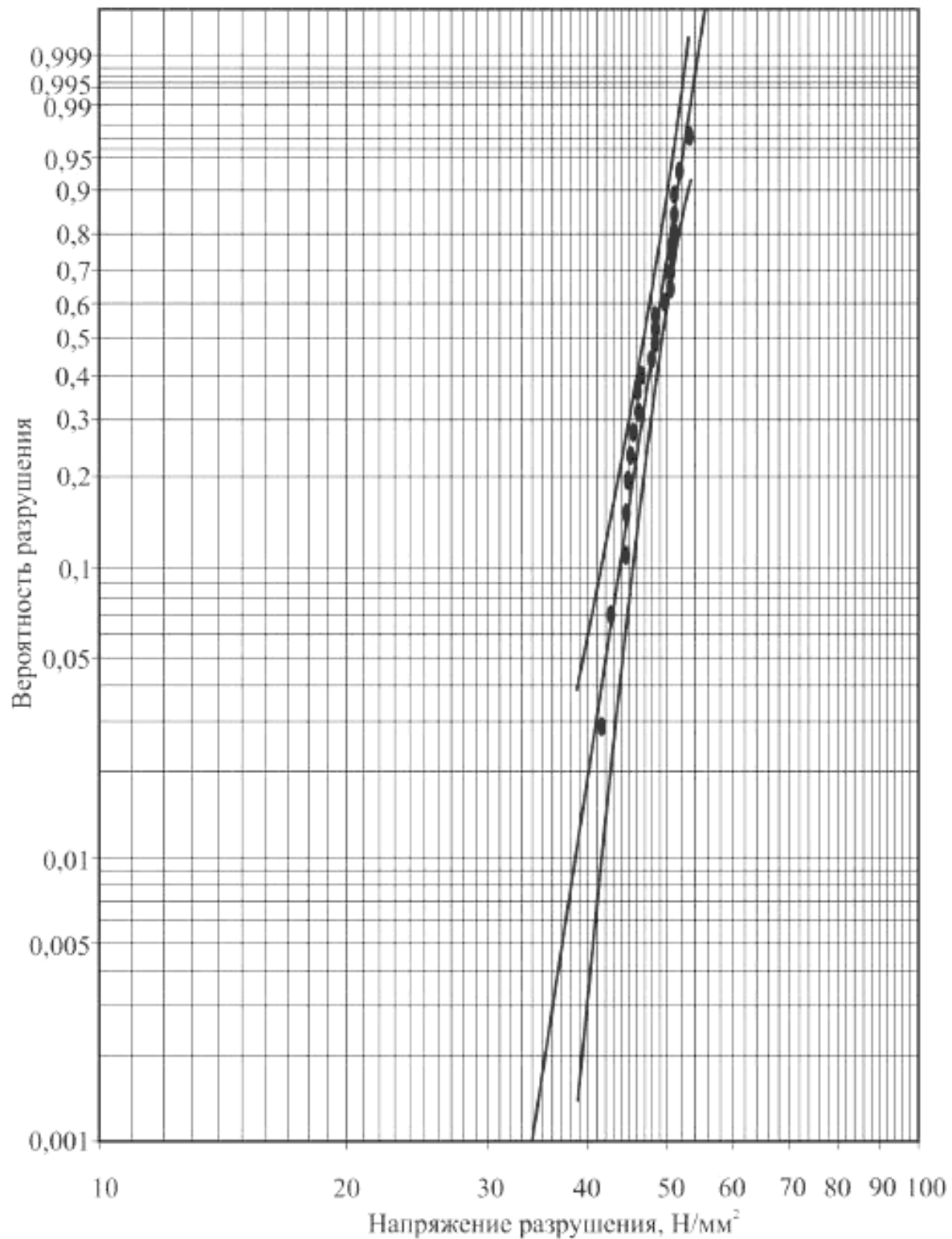


Рисунок А.1 – Оценка выборки из таблицы А.1

А.2 Цензурированная выборка**А.2.1 Данные**

Та же выборка, что приведена в таблице А.1, используется для этого примера, но предполагается, что образцы не могут иметь напряжение разрушения больше 50 N/mm^2 . Таким образом, данные принимают вид, показанный в таблице А.4.

Т а б л и ц а А . 4 – Результаты эксперимента для определения напряжения разрушения

| Номер образца | Напряжение разрушения, N/mm^2 |
|---------------|------------------------------------|
| 1 | 41,26 |
| 2 | 42,54 |
| 3 | 44,31 |
| 4 | 44,43 |
| 5 | 44,67 |
| 6 | 45,02 |
| 7 | 45,37 |
| 8 | 46,08 |
| 9 | 46,08 |
| 10 | 46,55 |
| 11 | 47,86 |
| 12 | 48,21 |
| 13 | 48,21 |
| 14 | 48,31 |
| 15 | 49,63 |
| 16 | >50 |
| 17 | >50 |
| 18 | >50 |
| 19 | >50 |
| 20 | >50 |
| 21 | >50 |
| 22 | >50 |
| 23 | >50 |
| 24 | >50 |

Уровень цензурирования определяется значениями: $n = 24$, $r = 15$ и $r/n = 0,625$.

А.2.2 Статистическая оценка

А.2.2.1 Точечное оценивание

Метод описан в 6.1.

Для $n = 24$ и $r/n = 0,625$, из таблицы 1, $k_{r;n} = 0,7271$ и, из таблицы 2, $C_{r;n} = -0,0937$.

Отсюда $\hat{\beta} = 14,67$ и $\hat{\theta} = 49,95 N/mm^2$.

А.2.2.2 Оценка доверительных интервалов

Для коэффициента доверия 95% доверительные интервалы: $1 - \alpha/2 = 0,975$ и $\alpha/2 = 0,025$.

а) Метод определения доверительного интервала для параметра формы приведен в 8.1.

Из таблицы 4, с помощью линейной интерполяции, $f_1/n = 1,411$, так что $f_1 = 33,86$.

Из таблицы 5, $\chi_{33,86; 0,975}^2 = 51,80$ и $\chi_{33,86; 0,025}^2 = 19,69$.

Отсюда, $\beta_{об; z} = 22,44$ и $\beta_{ин; z} = 8,53$.

б) Метод определения доверительного интервала для $G(x)$ приведен в 8.2.

Из таблицы 6, $B = 0,05951$, $C = 0,02062$ и $A = 0,0781$.

Результаты вычислений приведены в таблице А.5.

Т а б л и ц а А . 5 – Результаты вычислений согласно 8.2

| $G(x)$ % | \hat{x} N/mm^2 | y | v | f_2 | $H(f_2)$ | γ | $\chi^2_{f_2; 0,975}$ | $\chi^2_{f_2; 0,025}$ | $G_{об; z}$ % | $G_{ун; z}$ % |
|-------------|-----------------------|---------|--------|--------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|------------------|------------------|
| 99 | 55,43 | -1,5271 | 0,2799 | 8,1008 | 0,1285 | 5,2362 | 13,215 | 2,232 | 99,98 | 76,37 |
| 95 | 53,83 | -1,0966 | 0,1950 | 11,225 | 0,0917 | 3,2841 | 22,239 | 3,948 | 99,85 | 68,50 |
| 80 | 51,60 | -0,4768 | 0,1113 | 18,855 | 0,0540 | 1,7002 | 32,659 | 8,809 | 94,74 | 54,81 |
| 63,21 | 49,95 | 0 | 0,0781 | 26,595 | 0,0381 | 1,0388 | 42,680 | 14,278 | 81,12 | 42,75 |
| 10 | 42,85 | 2,2492 | 0,2864 | 7,9377 | 0,1312 | 0,1203 | 17,440 | 2,149 | 23,23 | 3,20 |
| 3 | 39,37 | 3,4917 | 0,6596 | 3,9331 | 0,2753 | 0,0401 | 11,023 | 0,4661 | 10,63 | 0,474 |
| 2 | 38,28 | 3,9036 | 0,8239 | 3,3067 | 0,3318 | 0,0281 | 9,899 | 0,2982 | 8,07 | 0,253 |
| 1 | 36,50 | 4,6021 | 1,1487 | 2,5804 | 0,4348 | 0,0155 | 8,521 | 0,147 | 4,99 | 0,088 |

На рисунке 2 приведены значения величин $G(x)$, $G_{об; z}$ и $G_{ун; z}$ из таблицы А.5, нанесенные на бумагу Вейбулла соответственно каждому значению \hat{x} из таблицы А.5, вместе с результатами данных прочности из таблицы А.4.

с) Метод определения доверительных интервалов параметра масштаба приведен в 8.3.1.

В таблице А.6 приведены результаты последовательных итераций для определения $\theta_{об; z}$ и $\theta_{ун; z}$.

Т а б л и ц а А . 6 – Результаты последовательных итераций согласно 8.3.1

| Номер итерации | $\theta_{об; z}$ | $\theta_{ун; z}$ |
|----------------|------------------|------------------|
| 0 | 49,95 | 49,95 |
| 1 | 51,98 | 48,24 |
| 2 | 52,54 | 48,30 |
| 3 | 52,75 | 48,30 |
| 4 | 52,84 | 48,30 |
| 5 | 52,88 | 48,30 |

После пяти итераций, разница достаточно мала, что позволяет остановить итерационный процесс.

Отсюда $\theta_{об; z} = 52,88 N/mm^2$ и $\theta_{ун; z} = 48,30 N/mm^2$.

д) С коэффициентом доверия 95% доверительные интервалы для x при $G = 0,1\%$ могут быть определены либо графически на рисунке А.1, либо численно методом, описанным в 8.4.1.

Графическая экстраполяция на рисунке А.2 дает:

$x_{об; z} = 35,8 N/mm^2$, $\hat{x} = 30,2 N/mm^2$, $x_{ун; z} = 25,3 N/mm^2$.

Для численного метода удобно полагать $\hat{x}_1 = 39,37 N/mm^2$, что соответствует $\hat{G} = 3\%$. Из таблицы А.5, расчеты уже были произведены и получено:

$G_{об; z}(\hat{x}_1) = 10,63\%$, $G_{ун; z}(\hat{x}_1) = 0,474\%$.

Отсюда $x_{2; об; z} = 36,73 N/mm^2$ и $x_{2; ун; z} = 22,63 N/mm^2$.

Существует хорошее соответствие между графическим и численным методами.

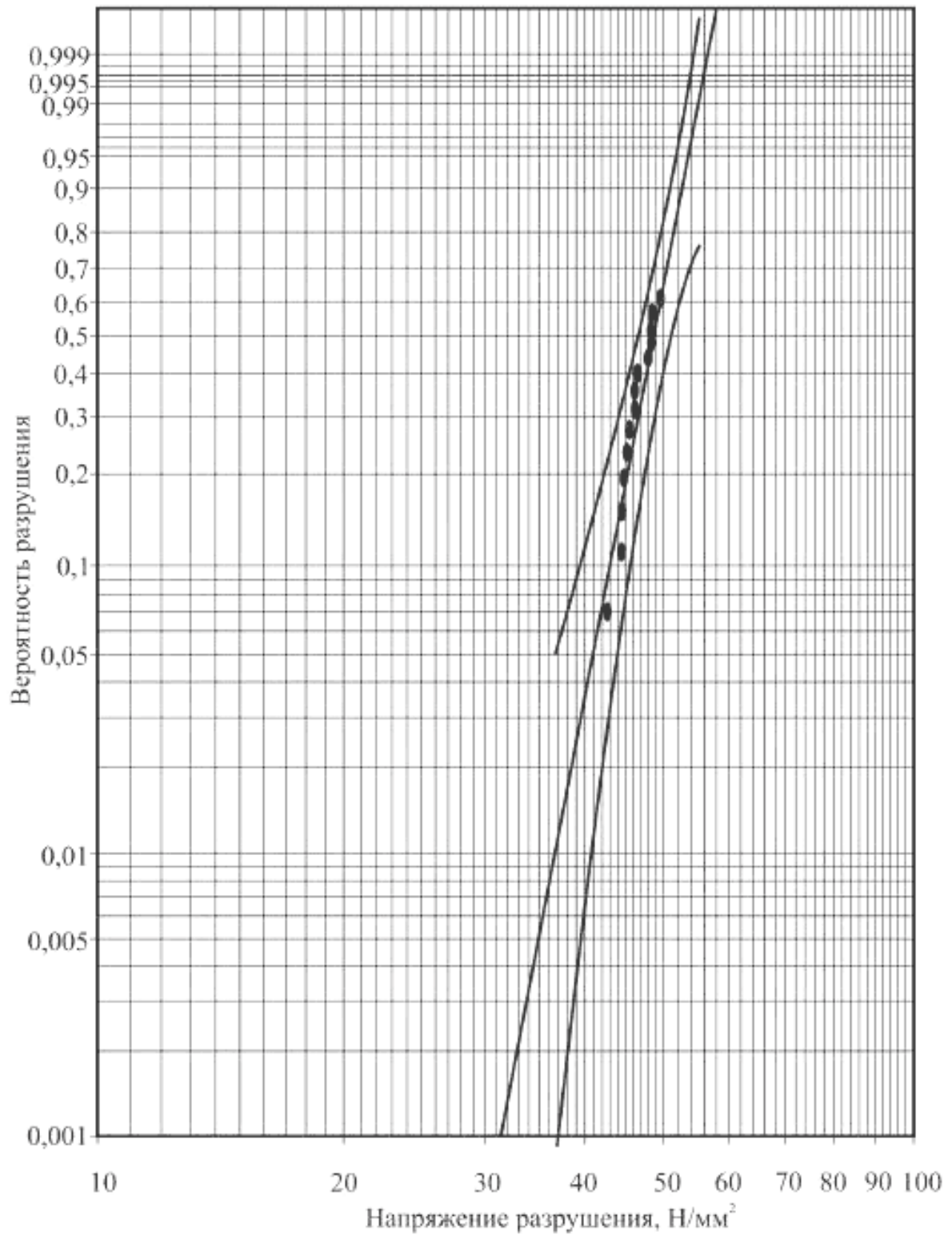
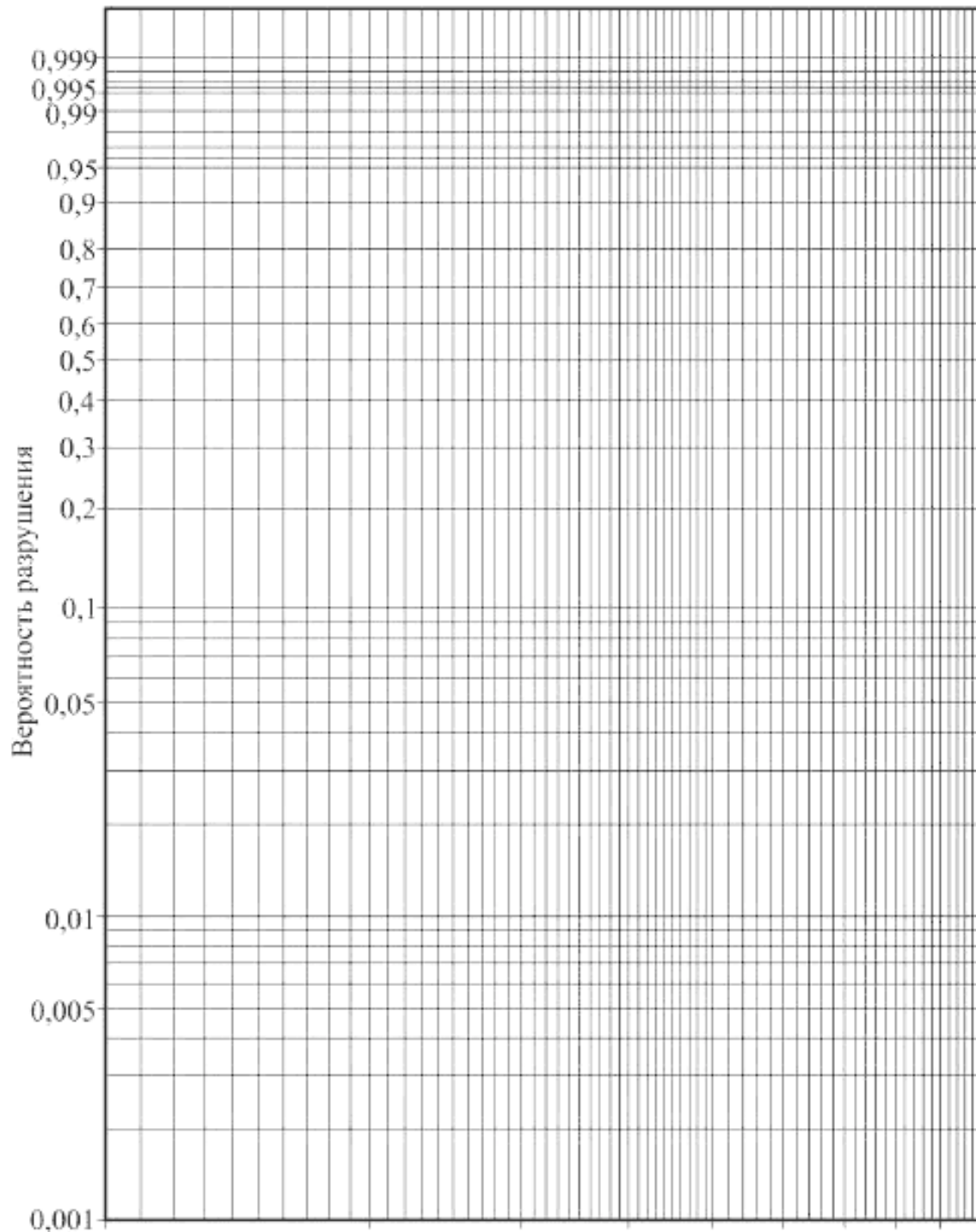


Рисунок А.2 – Оценка выборки из таблицы А.4

Приложение В
(справочное)

Вейбулловская (вероятностная) бумага



В.1 – Диаграмма Вейбулла

Библиография

- [1] ИСО 3534¹
ISO 3534 Статистика – Словарь и условные обозначения.
Statistics – Vocabulary and symbols
- [2] ИСО 2854:1976
ISO 2854:1976 Статистическое представление данных – Методы оценки и проверки гипотез о средних и дисперсиях.
Statistical interpretation of data – Techniques of estimation and tests relating to means and variances.
- [3] Бейн Л.Дж.: Статистический анализ надежности и испытание на стойкость (долговечность) модели. Теория и методы: Марсель Деккер Издательство: 1978
Bain L.J.: Statistical Analysis of Reliability and Life Testing Models; Theory and Methods: Marcel Dekker Publishing Comp.: 1978.
- [4] МЭК 56 (ЦС) 162
IEC 56 (CO) 162 Методика для проверки степени согласия, доверительных интервалов и нижней доверительной границы для данных распределения Вейбулла.
Procedures for goodness-of-fit tests, confidence intervals and lower confidence limits for Weibull distributed data.
- [5] ДИН 55303-7
DIN 55303-7 Статистический анализ данных – Часть 7: Опыт и метод испытаний двухпараметрической функции распределения Вейбулла.
Statistische Auswertung von Daten – Teil 7: Schatz- und Testverfahren bei zweiparametriger Weibull-Verteilung.

¹ В Российской Федерации действует ГОСТ Р 50779.10–2000.

УДК 666.151:006.354

МКС 81.040.01

MOD

Ключевые слова: прочность; распределение Вейбулла; критерий согласия; доверительный интервал; уровень доверия; цензурированная выборка

Подписано в печать 01.04.2015. Формат 60x84^{1/8}.
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 31 экз. Зак. 1474.

Подготовлено на основе электронной версии, предоставленной разработчиком стандарта

ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ»

123995 Москва, Гранатный пер., 4.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru